

الگوی سطح پیرامونی یکپارچه رس و ماسه بر اساس مفاهیم حالت بحرانی و قانون اتساع عمومی

سیدایمان مقدم^۱؛ احسان طاهری^{۲*}؛ مرتضی احمدی^۳؛ سیدعلی قریشیانامیری^۴

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس

۲- استادیار، دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس

۳- استاد، دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس

۴- استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه علم و فناوری نروژ

پذیرش: ۱۴۰۰/۳

دریافت: ۱۳۹۹/۹

چکیده

در این مقاله بر اساس مفهوم سطح پیرامونی، یک الگوی رفتاری جهت مدل‌سازی یکپارچه رس و ماسه ارائه شده است. در این الگو از مفاهیم حالت بحرانی و پارامتر حالت استفاده شده است. به منظور شبیه‌سازی یکپارچه از هر دو خاک رس و ماسه، در این الگو یک قانون اتساع عمومی بکار گرفته شده است. این الگو از یک قانون جریان ناهمراه و یک قانون سخت‌شوندگی همسانگرد استفاده می‌کند. به منظور پیاده‌سازی الگوی پیشنهادی از روش ضمنی اویلر بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی استفاده شده است. با پیاده‌سازی الگو کارایی آن بوسیله آزمایش‌های سه محوری یکنواخت بر روی رس و ماسه مورد ارزیابی قرار گرفت. بدین جهت، رفتار رس و ماسه تحت آزمایش‌های سه محوری زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده یکنواخت مدل‌سازی شد و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که الگوی پیشنهادی به طور مناسبی می‌تواند رفتار نرم از حالت کشسان به خمیری، رفتار نرم‌شوندگی کرنشی، سخت‌شوندگی، روانگرایی و انتقال فاز را برای رس و ماسه تحت بارگذاری یکنواخت پیش‌بینی نماید. همچنین نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که روش ضمنی می‌تواند دقت و همگرایی بالای پاسخ‌ها را تضمین می‌کند.

واژگان کلیدی

سطح پیرامونی، رس و ماسه، حالت بحرانی، قانون اتساع عمومی، رفتار نرم، روش ضمنی

۱- مقدمه

کم-کلی بر اساس مفهوم حالت بحرانی توسط روسکو و اسکوفیلد ارائه شد [۵]. این الگو در شبیه‌سازی رفتار رس عادی تحکیم یافته موفق بوده است [۶]–[۸]. پس از آن، در همین قالب، الگوی اصلاح شده کم-کلی توسط روسکو و بورلند، برای رس با نسبت بیش تحکیمی بالاتر پیشنهاد شد [۹]. با این حال، الگوهای ارائه شده دارای محدودیت‌هایی در شبیه‌سازی رفتار رس بیش تحکیم یافته و ماسه هستند. از جمله این محدودیت‌ها، پیش‌بینی بیش از اندازه تنش تسلیم به واسطه سطح تسلیم به کار گرفته شده در این الگوها برای رس بیش تحکیم یافته است [۸]، [۱۰]. همچنین استفاده از قانون جریان همراه در الگوهای ذکر شده، منجر به عدم پیش‌بینی مناسب از ویژگی‌های رفتاری همچون روانگرایی و نرم‌شوندگی کرنشی ماسه سست و رس عادی تحکیم یافته تحت شرایط زهکشی‌نشده خواهد

توسعه روزافزون مناطق شهری، نیازمند زیرساخت‌هایی همچون تونل‌های انتقال آب، کانال‌های تصفیه آب و تونل‌های حمل و نقل است. شبیه‌سازی عددی یکی از روش‌های ممکن جهت تجزیه و تحلیل مسائل ژئوتکنیکی همچون طراحی تونل‌ها می‌باشد. الگوهای رفتاری واقع‌گرایانه از رفتار مکانیکی خاک، جهت شبیه‌سازی دقیق مسائل ژئوتکنیکی ضروری هستند [۱]–[۴]. لذا با توجه به احداث تونل‌های شهری در خاک‌های رسی و ماسه‌ای، نیاز است از یک الگوی رفتاری مناسب جهت مدل‌سازی رفتار هر دو خاک رس و ماسه استفاده شود.

طی دهه‌های اخیر الگوهای رفتاری مختلفی به منظور مدل‌سازی رفتار رس و ماسه ارائه شده است. در این راستا، الگوی

*نویسنده مسئول: استادیار دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس،

پست الکترونیک: E_taheri@modares.ac.ir

شد [۱۱]، [۱۲]. بعلاوه با توجه به تفاوت رفتار رس و ماسه، مدل‌سازی رفتار ماسه به تنهایی در چارچوب مفهوم حالت بحرانی امکان‌پذیر نیست [۳]، [۱۲]–[۱۵]. در همین رابطه تاکنون اصلاحات بسیاری بر روی این الگوها جهت دستیابی به پیش‌بینی مناسب و دقیق از رفتار رس بیش تحکیم یافته و ماسه انجام شده است [۷]، [۱۶]–[۲۴]. با این حال الگوهای پیشنهاد شده تنها برای پیش‌بینی رفتار رس یا ماسه مناسب هستند. یو در سال ۱۹۹۸ الگوی یکپارچه برای هر دو خاک رس و ماسه با عنوان *CASM* ارائه کرد [۲۵]. در این الگو از یک تابع تسلیم یکپارچه و مفاهیم حالت بحرانی و پارامتر حالت استفاده شده است. الگوی یکپارچه *CASM* از یک قانون جریان نامهره تبعیت می‌کند. یو نشان داد الگوی ارائه شده به خوبی می‌تواند برای پیش‌بینی رفتار رس و ماسه به صورت یکپارچه مورد استفاده قرار گیرد. با این حال الگوی *CASM* از نظریه خمیری کلاسیک پیروی می‌کرد که منجر به پیش‌بینی رفتار ناگهانی از حالت کشسان به خمیری می‌شد. این الگو قادر به مدل‌سازی رفتار نرم که در رفتار واقعی خاک مشاهده شده است، نبود. لذا در سال ۲۰۰۳، یو و خونگ الگوی *CASM-b* را با استفاده از مفهوم سطح پیرامونی ارائه کردند [۲۶]. الگوی پیشنهادی آنها می‌تواند رفتار نرم از حالت کشسان به خمیری را پیش‌بینی کند. با این حال در الگوهای ارائه شده یو از روش انتگرال‌گیری عددی صریح استفاده شده است. طبق پژوهش‌های انجام شده، نشان داده شده است که بکارگیری روش انتگرال‌گیری عددی صریح در پیاده‌سازی الگوهای رفتاری، برای افزایش کرنش‌های کوچک همگرا می‌شود اما برای افزایش کرنش‌های بزرگ، پاسخ‌های مسئله همگرا نخواهد شد. در حالیکه نشان داده شده است که استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی ضمنی در پیاده‌سازی الگوهای رفتاری، می‌تواند برای هر افزایش کرنشی باعث همگرایی پاسخ‌ها شود [۱۷]، [۲۷]–[۳۰]. لذا در سال ۲۰۱۸، الگوی *CASM* توسط مقدم و همکاران با بکارگیری روش انتگرال‌گیری عددی ضمنی برای مدل‌سازی رفتار رس و ماسه و همچنین با استفاده از این روش به منظور شبیه‌سازی رفتار رس و روانگرایی ماسه ارائه شد [۳۱]، [۳۲]. طبق نتایج به دست آمده مشخص شده است که استفاده از این روش می‌تواند به خوبی دقت پاسخ‌ها و همگرایی آن را تضمین کند. پس از آن، کاربرد این الگو در فضای تنش $q - p'$ با پیاده‌سازی آن در یک برنامه اجزای محدود، جهت مدل‌سازی تونل در محیط خاکی مورد بررسی قرار گرفت [۳۳]. کاربرد این الگو نیز جهت مدل‌سازی رفتار سیکلی خاک رس در حالت چند صفحه‌ای بوسیله طاهری و صدرنژاد نشان داده شده است [۳۴]. همچنین، این الگو بر اساس مفهوم سطح پیرامونی و استفاده از یک فرمول‌بندی جدید، با بکارگیری روش ضمنی توسط مقدم و همکاران جهت مدل‌سازی رفتار رس بیش تحکیم یافته

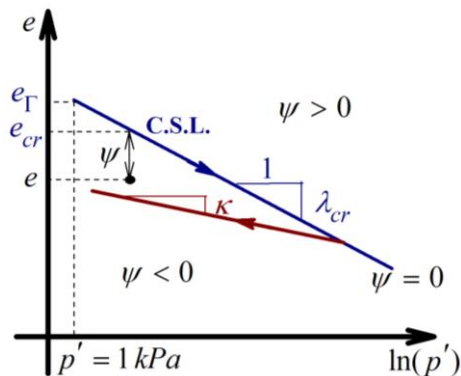
پیشنهاد شد [۳۵]. این الگو می‌تواند با دقت و همگرایی مناسب رفتار نرم رس بیش تحکیم یافته را پیش‌بینی کند. در حالیکه الگوهای یکپارچه پیشنهادی قادر به شبیه‌سازی رفتار رس و ماسه بودند، اما نمی‌توانند به طور مناسبی رفتار انتقال فاز که غالباً در رس بیش تحکیم یافته و ماسه متراکم اتفاق می‌افتد، را پیش‌بینی نمایند. این امر به دلیل قانون اتساع در نظر گرفته شده در این الگوها می‌باشد. مطابق پژوهش‌های انجام شده در این زمینه مشخص شده است که اتساع خاک علاوه بر نسبت تنش، وابسته به پارامتر حالت می‌باشد [۱۶]، [۳۶]. در حالیکه قانون اتساع در نظر گرفته شده در الگوی *CASM* تنها تابعی از نسبت تنش است. لذا، در الگوی حاضر از یک قانون اتساع عمومی که وابسته به پارامتر حالت و متغیرهای داخلی خاک می‌باشد، استفاده شده است.

در پژوهش حاضر، یک الگوی یکپارچه برای مدل‌سازی رفتار رس و ماسه تحت بارگذاری یکنواخت در شرایط زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده ارائه شده است. در الگوی پیشنهادی از مفهوم سطح پیرامونی بر اساس قانون نگاشت شعاعی، جهت شبیه‌سازی رفتار نرم استفاده شده است. این الگو در قالب مفاهیم حالت بحرانی و پارامتر حالت ارائه شده است. همچنین در الگوی یکپارچه پیشنهادی از یک قانون جریان نامهره و قانون سخت‌شوندگی همسانگرد استفاده شده است. بعلاوه جهت پیاده‌سازی الگوی حاضر از روش ضمنی بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی استفاده شده است.

۲- معرفی الگو

در این قسمت، الگوی یکپارچه پیشنهادی برای رس و ماسه جهت مدل‌سازی رفتار بارگذاری یکنواخت تحت شرایط زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده با جزئیات آورده شده است. در الگوی حاضر از نظریه سطح پیرامونی بر اساس یک قانون نگاشت شعاعی استفاده شده است. در این الگو جهت مدل‌سازی یکپارچه رفتار رس و ماسه از مفاهیم حالت بحرانی و پارامتر حالت استفاده شده است. جهت تعیین کرنش خمیری در الگوی حاضر از قانون جریان نامهره استفاده شده است. همچنین به منظور برقراری ارتباط بین افزایش کرنش حجمی خمیری و افزایش کرنش تفاضلی خمیری، در این الگو، یک قانون اتساع عمومی بکار گرفته شده است. بعلاوه جهت پیاده‌سازی الگو، از روش انتگرال‌گیری عددی ضمنی بر اساس یک الگوریتم نگاشت بازگشتی استفاده شده است. معادلات کشسان-خمیری بکار برده شده در الگوی پیشنهادی و همچنین الگوریتم نگاشت بازگشتی مربوط به کد اجرا شده بر اساس روش ضمنی در قسمت ۳ آورده شده است.

فراسنج e_{cr} و λ_{cr} استفاده می‌شود که به ترتیب مشخص کننده نسبت تخلخل حالت بحرانی متناظر با $p' = 1 \text{ kPa}$ و شیب خط حالت بحرانی در این صفحه می‌باشند. در شکل ۱ خط حالت بحرانی در صفحه $e - \ln p'$ نشان داده شده است.



شکل ۱- خط حالت بحرانی CSL در صفحه $e - \ln p'$ و تعریف پارامتر حالت ψ

همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده، خط حالت بحرانی در صفحه $q - p'$ به وسیله خطی مستقیم با شیب M_{cr} که از مبدا می‌گذرد مشخص می‌شود. در اینجا M_{cr} با استفاده از معیار موهر-کولمب در حالت تسلیم، بر اساس زاویه اصطکاک داخلی φ محاسبه می‌شود [۳۸]:

$$M_{cr} = \frac{6 \sin \varphi}{3t - \sin \varphi} \quad (۸)$$

در این معادله t پارامتری اسکالر است که وابسته به نوع بارگذاری می‌باشد.

در حالت بارگذاری فشاری $t = +1$ و $M_{cr} = M_c$ برای بارگذاری کششی $t = -1$ و $M_{cr} = M_e$ در نظر گرفته می‌شود.

۲-۳- پارامتر حالت

بر اساس تحقیقات مشخص شده است که حالت فیزیکی یک نمونه خاک وابسته به تراکم (نسبت تخلخل) و همچنین فشار محصور کننده آن است [۳۶]. لذا جهت توصیف حالت فیزیکی نمونه خاک نیاز است، از پارامتری که وابسته به این دو عامل باشد، استفاده کرد. علاوه بر این، به منظور مدل‌سازی رفتار هر دو خاک رس و ماسه، ضروری است از پارامتری استفاده کرد، که بتواند قابلیت توصیف رفتار هر دو خاک را داشته باشد. بعلاوه این پارامتر را بتوان، با توجه به اطلاعات موجود از حالت یک نمونه خاک، به سادگی تعیین کرد. به همین منظور در الگوی حاضر از مفهوم پارامتر حالت استفاده شده است. پارامتر حالت ابتدا بوسیله بیین و جفریس در سال ۱۹۸۵، جهت مدل‌سازی رفتار ماسه معرفی شد [۱۲]. پارامتر حالت یک کمیت اسکالر است و به صورت اختلاف بین نسبت تخلخل فعلی و نسبت

۲-۱- فرمول‌بندی عمومی الگو

در الگوی حاضر، رفتار خاک همسانگرد فرض شده است. جهت توصیف رفتار خاک در حالت تنش سه محوری، از مولفه‌های تنش موثر میانگین p' و تنش تفاضلی q به ترتیب طبق روابط زیر استفاده شده است [۳۷]:

$$p' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (۱)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad (۲)$$

همچنین کرنش‌های حجمی ε_v و تفاضلی ε_q متناظر با مولفه‌های تنش طبق روابط زیر بیان شده است:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (۳)$$

$$\varepsilon_q = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (۴)$$

همچنین بر اساس نظریه خمیری، فرض شده است که افزایش

کرنش کل $d\varepsilon$ از دو بخش کشسان و خمیری طبق معادله (۵) تشکیل می‌شود:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (۵)$$

که در آن، $d\varepsilon^e$ نشان دهنده افزایش کرنش کشسان است و مقدار آن با استفاده از فراسنج‌های رفتار کشسان خاک در قسمت ۴-۲ می‌تواند تعیین شود. در رابطه بالا $d\varepsilon^p$ مشخص کننده افزایش کرنش خمیری است و مقدار آن بر اساس قانون جریان ناهمراه و مفهوم سطح پیرامونی محاسبه می‌شود (به قسمت ۲-۱۰ و ۲-۱۲ مراجعه شود). در الگوی حاضر حالت فشاری با علامت مثبت و حالت کششی با علامت منفی برای تنش تفاضلی و کرنش‌ها در نظر گرفته شده است.

۲-۲- حالت بحرانی

حالت بحرانی وضعیتی از خاک را تعریف می‌کند که در آن، نسبت تنش و اتساع به صفر می‌رسد و تغییر شکل‌های برشی ادامه خواهد یافت. حالت بحرانی در الگوی حاضر، به وسیله یک خط در صفحه $e - \ln p'$ تعریف شده است. که در آن نسبت تخلخل حالت بحرانی با فشار همه جانبه در ارتباط است و مقدار آن با افزایش فشار همه جانبه، کاهش می‌یابد. معادله خط حالت بحرانی CSL در صفحات

$e - \ln p'$ و $q - p'$ به ترتیب در معادلات زیر داده شده است [۳۷]:

$$e_{cr} = e_{\Gamma} - \lambda_{cr} \ln p' \quad (۶)$$

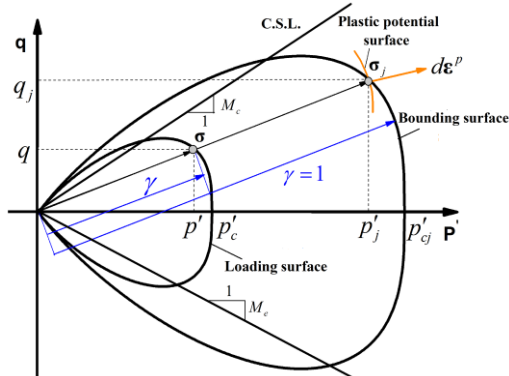
$$q = M_{cr} p' \quad (۷)$$

که در آن e_{cr} مشخص کننده نسبت تخلخل حالت بحرانی جهت تعیین خط حالت بحرانی در صفحه $e - \ln p'$ ، از دو

پیش‌بینی یک رفتار ناگهانی از حالت کشسان به خمیری خواهد شد. در حالیکه بر طبق مشاهدات آزمایشگاهی مشخص شده است که مواد تحت بارگذاری یک رفتار نرم را از خود نشان می‌دهند [۳۷]. [۴۰]. در این رابطه، به منظور پیش‌بینی رفتار نرم مواد، نظریه خمیری غیرکلاسیک بر اساس مفهوم سطح پیرامونی توسط دافالیاس و پوپوف [۴۱] و مفهوم نظریه سطح زیربارگذاری به وسیله هاشیگوچی [۴۲]، [۴۳] ارائه شده است. تا کنون از مفاهیم ذکر شده، جهت شبیه‌سازی رفتار نرم از کشسان به خمیری برای خاکهای اشباع [۲۸]، [۴۴]، [۴۵] و غیر اشباع [۴۶]، [۴۷] استفاده شده است.

در الگوی حاضر، جهت توصیف رفتار خمیری، از نظریه سطح پیرامونی با توجه به سادگی نسبی نظریه و همچنین پیاده‌سازی نسبتاً ساده آن، استفاده شده است.

طبق نظریه سطح پیرامونی تغییر شکل‌های خمیری از ابتدای بارگذاری ایجاد می‌شوند و ناحیه کشسان به یک نقطه کاهش می‌یابد [۱۸]، [۴۸]، [۴۹]. این نظریه از دو سطح داخلی و خارجی جهت توصیف رفتار کشسان-خمیری استفاده می‌کند [۴۸]، [۵۰]، [۵۱]. که در آن، سطح داخلی به عنوان سطح بارگذاری در نظر گرفته می‌شود و همواره نقطه تنش فعلی از آن عبور می‌کند. مطابق این نظریه، سطح خارجی به عنوان سطح پیرامونی در نظر گرفته شده و همواره حالت تنش تصویر بر روی این سطح قرار می‌گیرد. استفاده از دو سطح بارگذاری و سطح پیرامونی طبق این نظریه، در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- سطح بارگذاری، سطح پیرامونی و قانون نگاشت شعاعی طبق نظریه سطح پیرامونی

جهت تعیین حالت تنش تصویر متناظر با حالت تنش فعلی، از یک قانون نگاشت استفاده می‌شود [۴۸]، [۵۰].

۲-۶- قانون نگاشت شعاعی

همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، در الگوی حاضر، به منظور تعیین تصویر حالت تنش فعلی بر روی سطح پیرامونی از یک

تخلخل حالت بحرانی یک نمونه خاک در یک فشار محصورکننده مشابه، تعریف می‌شود. این پارامتر با در نظر گرفتن ترکیبی از نسبت تخلخل و فشار محصورکننده، رفتار خاک را در محدوده وسیعی از تنش‌ها و نسبت تخلخل‌ها توصیف می‌کند. علاوه بر این با در اختیار داشتن مقدار نسبت تخلخل و فشار محصورکننده فعلی خاک، این پارامتر در مقایسه با نسبت بیش تحکیمی برای هر دو خاک رس و ماسه به سادگی تعیین می‌شود و بعلاوه می‌تواند به طور دقیقی رفتار خاک را توصیف نماید. در الگوی حاضر پارامتر حالت مطابق رابطه زیر تعیین می‌شود [۱۲]:

$$\psi = e - e_{cr} \quad (9)$$

که در آن، e نسبت تخلخل فعلی و e_{cr} نسبت تخلخل حالت بحرانی (معادله (۶)) نمونه خاک در فشار محصورکننده مشابه است. بر اساس این مفهوم، شبیه‌سازی رفتار خاک، تحت محدوده وسیعی از حالت‌های اولیه، با استفاده از مجموعه‌ای از پارامترها، بر اساس مقادیر تنش موثر میانگین و نسبت تخلخل فراهم می‌آید. همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، اگر حالت فعلی ماده متراکم‌تر از حالت بحرانی باشد (به این معنی که $e < e_{cr}$ ، به عنوان مثال رس بیش تحکیم یافته و ماسه متراکم)، مقدار پارامتر حالت منفی خواهد بود ($\psi < 0$). در حالیکه اگر حالت فعلی ماده سست‌تر از حالت بحرانی باشد (به این معنی که $e > e_{cr}$ ، به عنوان مثال رس عادی تحکیم یافته و ماسه سست)، در این صورت مقدار پارامتر حالت مثبت خواهد بود ($\psi > 0$). همچنین بر روی خط حالت بحرانی مقدار پارامتر حالت صفر است ($\psi = 0$).

۲-۴- رفتار کشسان

در الگوی پیشنهادی، رفتار کشسان خاک به وسیله مدول بالک K و برشی G توصیف شده است [۳۹]:

$$K = \frac{vp'}{\kappa} \quad (10)$$

$$G = \frac{3(1-2\mu)}{2(1+\mu)} K \quad (11)$$

در این روابط $v = 1 + e$ حجم مخصوص، κ شیب خط بارگذاری-باربرداری در صفحه $e - \ln p'$ و μ نشان دهنده نسبت پواسون است.

۲-۵- رفتار خمیری

الگوهای ارائه شده بر اساس نظریه خمیری کلاسیک بر این فرض استوار هستند که ناحیه داخلی سطح تسلیم کاملاً کشسان است [۳۷]، [۴۰]. در نتیجه، در نظر گرفتن این فرض در چنین الگوهایی باعث می‌شود که رفتار ماده تا رسیدن حالت تنش به سطح تسلیم، کاملاً کشسان پیش‌بینی شود و پس از آن رفتار ماده به حالت کشسان-خمیری تغییر پیدا خواهد کرد. لذا چنین فرضی منجر به

۲-۹- قانون اتساع عمومی و تابع پتانسیل خمیری

در توصیف رفتار تنش-کرنش خاک، برقراری ارتباطی بین نرخ کرنش حجمی خمیری و نرخ کرنش تفاضلی خمیری یک موضوع اساسی است. این ارتباط به عنوان قانون اتساع تعریف می‌شود [۳۶]. [۵۲]. بنابراین به منظور مدل‌سازی رفتار رس و ماسه طی ایجاد تغییر شکل‌های خمیری، می‌بایست رابطه اتساع به خوبی ویژگی‌های رفتاری هر دو خاک رس و ماسه را توصیف نماید.

تیلور (۱۹۴۸) و روهه (۱۹۶۲)، روابطی را ارائه کردند که بر اساس آن، اتساع تابعی از نسبت تنش و متغیر داخلی ماده در نظر گرفته شده است [۵۳]، [۵۴]. از رابطه اتساع ارائه شده روهه در الگوهای کم-کلی به طور رضایت‌بخشی جهت توصیف رفتار خاک‌های چسبنده همچون رس استفاده شده است [۳۷]. رابطه اتساع در نظر گرفته شده برای این الگوها نشان می‌دهد، زمانی که نسبت تنش به مقدار شیب خط حالت بحرانی برسد، تسلیم ماده صرف نظر از حالت آن ماده رخ خواهد داد و مقدار اتساع، صفر خواهد بود. بعلاوه از قانون اتساع روهه در الگوی یکپارچه *CASM* نیز استفاده شده است. با این حال استفاده از این قانون در الگوی *CASM* منجر به عدم پیش‌بینی رفتار انتقال فاز در رس بیش تحکیم یافته و ماسه خواهد شد. چرا که بر اساس نتایج مشخص شده است که برای خاک‌های دانه ای همچون ماسه و همچنین رس بیش تحکیم یافته، اتساع نه تنها به نسبت تنش بلکه به تراکم (نسبت تخلخل) نیز وابسته است [۲۴]، [۵۵]. لذا می‌بایست رابطه اتساع علاوه بر نسبت تنش تابعی از پارامتر حالت نیز باشد. در این رابطه تحقیقاتی مختلفی صورت گرفته است. دافالیاس و منطری الگویی را ارائه کردند که در آن از مفهوم پارامتر حالت در معادله اتساع استفاده شده است [۲۴]. بعلاوه در سال ۱۹۹۹ یک الگوی رفتاری برای ماسه با استفاده از اتساع وابسته به حالت ماده، توسط لی و همکاران ارائه شد که به طور قابل قبولی رفتار ماسه را در فشار محصور کننده و نسبت تخلخل‌های مختلف شبیه‌سازی کرده است [۵۶]. در سال ۲۰۰۰ لی و دافالیاس، یک رابطه عمومی شده برای اتساع خاک‌های غیرچسبنده ارائه کردند [۳۶]. در معادله ارائه شده آنها وابستگی اتساع بر روی متغیرهای حالت شامل نسبت تنش به عنوان متغیر خارجی و متغیرهای داخلی شامل نسبت تخلخل و همچنین فراسنج‌های ماده، در نظر گرفته شده است. قانون عمومی اتساع طبق معادله زیر به دست می‌آید [۳۶]:

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{d_0}{M_{cr}} (M_{cr} e^{\beta \psi} - \eta) \quad (۱۶)$$

در این معادله، d بیانگر اتساع، $d\varepsilon_v^p$ افزایش کرنش حجمی خمیری، $d\varepsilon_q^p$ افزایش کرنش تفاضلی خمیری، d_0 و β فراسنج‌های

قانون نگاشت شعاعی استفاده شده است. بر اساس قانون نگاشت شعاعی، نقطه تنش تصویر بر روی سطح پیرامونی، به وسیله خطی مستقیم که از مبدا فضای تنش و نقطه تنش فعلی بر روی سطح بارگذاری عبور می‌کند، تنش تصویر را بر روی سطح پیرامونی مشخص می‌کند [۱۸]، [۴۸]، [۵۰].

با توجه به تشابه هندسی سطوح بارگذاری و پیرامونی، می‌توان رابطه زیر را بین حالت تنش فعلی و تصویر آن و همچنین مولفه‌های تنشی برقرار کرد:

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sigma_j} = \frac{q}{q_j} = \frac{p'}{p'_j} = \frac{p'_c}{p'_{cj}} \quad (۱۲)$$

در این معادله، γ با عنوان نسبت اندازه سطوح تعریف شده و میزان دوری یا نزدیکی سطح بارگذاری به سطح پیرامونی را تعیین می‌کند. در رابطه بالا، σ مشخص‌کننده حالت تنش فعلی، p' مولفه تنش موثر میانگین و q مولفه تنش تفاضلی مربوط به حالت تنش فعلی هستند. بعلاوه، σ_j بیان‌کننده حالت تنش تصویر بر روی سطح پیرامونی، p'_j مولفه تنش موثر میانگین و q_j مولفه تنش تفاضلی متناظر با حالت تنش تصویر هستند. همچنین، p'_c اندازه سطح بارگذاری را کنترل می‌کند و p'_{cj} پارامتر سخت‌شوندگی همسانگرد است و اندازه سطح پیرامونی را تعیین می‌کند.

۲-۷- سطح بارگذاری

جهت توصیف یکپارچه از رفتار رس و ماسه، از تابع تسلیم ارائه شده توسط یو در الگوی حاضر استفاده شده است. در اینجا تابع سطح بارگذاری طبق رابطه زیر تعریف شده است [۲۵]:

$$F(\sigma) = \left(\frac{q}{M_{cr} p'}\right)^N + \ln\left(\frac{p'_c}{p'_j}\right) / \ln(R) \quad (۱۳)$$

که در آن N و R فراسنج‌های ماده هستند. فراسنج N شکل سطح بارگذاری را کنترل می‌کند و فراسنج R نسبت بین مقادیر p'_c و p'_j را در نقطه برخورد سطح تسلیم و خط حالت بحرانی را بیان می‌کند. بعلاوه مقدار M_{cr} طبق معادله (۸) وابسته به نوع بارگذاری است که در آن:

$$\begin{cases} \text{if } q > 0 \text{ then } t = +1, & \text{بارگذاری فشاری} \\ \text{if } q \leq 0 \text{ then } t = -1, & \text{بارگذاری کششی} \end{cases} \quad (۱۴)$$

۲-۸- سطح پیرامونی

مطابق نظریه سطح پیرامونی، در الگوی حاضر فرض شده که سطح پیرامونی دارای شکلی مشابه با سطح بارگذاری است. تابع سطح پیرامونی در الگوی پیشنهادی طبق رابطه زیر تعریف شده است:

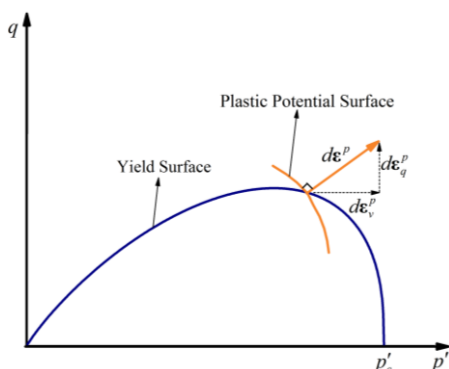
$$F(\sigma_j) = \left(\frac{q_j}{M_{cr} p'_j}\right)^N + \ln\left(\frac{p'_j}{p'_{cj}}\right) / \ln(R) \quad (۱۵)$$

بعلاوه مولفه‌های حجمی و تفاضلی بردار افزایش کرنش خمیری می‌توانند بوسیله روابط زیر محاسبه شوند:

$$d\varepsilon_v^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial p'} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\| = d\lambda \cdot m_p \quad (19)$$

$$d\varepsilon_q^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial q} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\| = d\lambda \cdot m_q \quad (20)$$

که در آن $m_p = \frac{\partial Q}{\partial p'} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\|$ و $m_q = \frac{\partial Q}{\partial q} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\|$ به ترتیب مولفه‌های حجمی و تفاضلی بردار یک عمود بر سطح پتانسیل خمیری هستند. در شکل ۳، استفاده از قانون جریان ناهمراه نشان داده شده است.



شکل ۳- قانون جریان ناهمراه

در اینجا جهت محاسبه افزایش بردار کرنش خمیری و مولفه‌های آن می‌توان از رابطه اتساع استفاده کرد. با توجه به اینکه اندازه بردار $\mathbf{m}$ برابر با یک $\|\mathbf{m}\| = 1$ و همچنین با استفاده از رابطه اتساع

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{m_p}{m_q} \quad \text{خواهیم داشت:}$$

$$d\varepsilon_v^p = \frac{d}{\sqrt{1+d^2}} \quad (21)$$

$$d\varepsilon_q^p = \frac{1}{\sqrt{1+d^2}} \quad (22)$$

۲-۱۱- قانون سخت‌شوندگی همسانگرد

بر اساس قانون سخت‌شوندگی همسانگرد، با ایجاد تغییر شکل‌های خمیری، سطح تسلیم می‌تواند با ثابت ماندن شکل و مکان، در فضای تنش منبسط یا منقبض شود. بر طبق قانون سخت‌شوندگی در نظر گرفته شده در الگوی حاضر، تغییرات اندازه سطح پیرامونی dp'_{cj} در ارتباط خطی با افزایش کرنش حجمی خمیری $d\varepsilon_v^p$ خواهد بود [۳۹]:

$$dp'_{cj} = p'_{cj} \frac{\nu}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (23)$$

ماده و η مشخص کننده نسبت تنش است. این رابطه به خوبی می‌تواند رفتار هر دو خاک رس و ماسه را مدل‌سازی نماید. این معادله شرایط حالت بحرانی را برقرار می‌نماید، به این معنی که در حالت بحرانی، اتساع مقداری صفر خواهد داشت ($\eta = M_{cr}, e = 0$ ، یعنی زمانی که نسبت تنش برابر با شیب خط حالت بحرانی و همچنین نسبت تخلخل برابر با حالت بحرانی آن باشد، $d = 0$ خواهد شد. بعلاوه این معادله می‌تواند، حالت انتقال فاز را که در رفتار خاک‌ها اتفاق می‌افتد را توصیف نماید (یعنی حالتی که در آن $\eta \neq M_{cr}, e \neq e_{cr} \rightarrow d = 0$).

در واقع این معادله حالت عمومی‌تری در مقایسه با رابطه ارائه شده توسط لی و همکاران (۱۹۹۹) است که در آن خط انتقال فاز (شیب خط انتقال فاز در اینجا برابر $M_{cr} e^{\beta\psi}$ است) بر اساس ψ می‌تواند متغیر باشد. همچنین با در نظر گرفتن $\beta = 0, d_0 = 0$ ، M_{cr} رابطه اتساع برای الگوی کم-کلی از این معادله به دست می‌آید. بعلاوه در این معادله، d به صورت تابعی از اختلاف η و $M_{cr} e^{\beta\psi}$ است که مشابه نظریه تنش-اتساع ارائه شده توسط روهه است، با این تفاوت که در این رابطه نسبت تنش مرجع $M_{cr} e^{\beta\psi}$ با تغییرات ψ متغیر است.

در الگوی پیشنهادی راستای بردار کرنش خمیری به وسیله بردار عمود بر سطح پتانسیل خمیری تعیین می‌شود. تابع سطح پتانسیل خمیری با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۶) به دست می‌آید:

$$Q(\sigma) = \frac{q}{p'} + \frac{d_0 e^{\beta\psi}}{1 - \frac{d_0}{M_{cr}}} \left[1 - \left(\frac{p'_0}{p'} \right)^{1 - \frac{d_0}{M_{cr}}} \right] \quad (17)$$

که در آن p'_0 اندازه سطح پتانسیل خمیری را تعیین می‌کند. با این حال این متغیر، در محاسبات کرنش خمیری تاثیری ندارد و با مشتق‌گیری از رابطه تابع پتانسیل خمیری، از محاسبات حذف می‌شود.

۲-۱۰- قانون جریان ناهمراه

به منظور تعیین اندازه و راستای کرنش‌های خمیری در الگوی حاضر از یک قانون جریان ناهمراه استفاده شده است. طبق قانون جریان ناهمراه راستای بردار کرنش خمیری همسو با بردار عمود بر سطح پتانسیل خمیری است. قانون جریان در الگوی پیشنهادی مطابق رابطه زیر در نظر گرفته شده است [۳۷]:

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\| = d\lambda \cdot \mathbf{m} \quad (18)$$

که در آن $\mathbf{m} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\|$ مشخص کننده بردار یک عمود بر سطح پتانسیل خمیری است و راستای بردار کرنش خمیری بوسیله این بردار تعیین می‌شود. همچنین $d\lambda$ ضریب خمیری است و اندازه افزایش کرنش خمیری توسط آن مشخص می‌شود ($d\lambda = \|d\varepsilon^p\|$).

ممکن است، اما در فرآیند محاسبات عددی الگوی رفتاری چنین حالتی ممکن است رخ دهد. لذا می‌بایست این حالت در معادله مربوط به تغییرات نسبت اندازه سطوح در نظر گرفته شود. بنابراین در اینجا، از تابع ارائه شده توسط هاشیگوجی [۴۰]، جهت برقراری شرایط گفته شده استفاده شد:

$$U(\gamma) = -u \ln(\gamma) \quad (26)$$

رابطه (۲۶)، شرایط معادله (۲۵) را به درستی برقرار می‌نماید. در این معادله u فراسنج ماده است.

۳- پیاده‌سازی الگو به روش ضمنی

در این قسمت، پیاده‌سازی الگوی پیشنهادی به روش ضمنی، بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی ارائه شده است. بر خلاف الگوریتم نگاشت بازگشتی در الگوهای کلاسیک که نیازمند یک فرآیند جهت تعیین اینکه حالت تنش در خارج یا داخل از سطح تسلیم قرار دارد، در اینجا با توجه به اینکه حالت کشسان به یک نقطه کاهش می‌یابد، الگوریتم بکار گرفته شده در این الگو، شامل فرآیند تعیین حالت نمی‌باشد. فرآیند مربوط به الگوریتم پیاده‌سازی الگوی پیشنهادی، شامل دو فرآیند پیش‌بینی کننده حالت کشسان و تصحیح کننده خمیری می‌باشد.

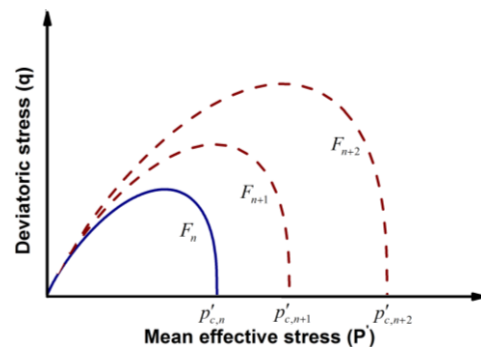
۳-۱- فرآیند پیش‌بینی کننده حالت کشسان

در فرآیند پیش‌بینی کننده حالت کشسان، در هر گام بارگذاری، حالت تنش، با فرض اینکه کرنش‌ها کشسان هستند، محاسبه می‌شود:

$$\sigma^{Trial} = \sigma_n + D_{n+1}^e d\epsilon_{n+1} \quad (27)$$

در این معادله σ^{Trial} مشخص کننده تنش حالت کشسان، n و $n+1$ به ترتیب نشان‌دهنده گام پیشین و گام فعلی و D^e ماتریس فراسنج کشسان ماده است. در طول این فرآیند، رفتار ماده کشسان فرض شده و دیگر متغیرهای حالت ثابت می‌مانند و برابر با حالت پیشین خود می‌باشند. در ادامه فرآیند، مقدار تنش حالت کشسان و دیگر متغیرهای حالت در فرآیند تصحیح کننده خمیری اصلاح می‌شوند.

در شکل ۴، تغییرات سطح تسلیم با ایجاد تغییر شکل‌های خمیری، طبق قانون سخت‌شوندگی همسانگرد، نمایش داده شده است.



شکل ۴- قانون سخت‌شوندگی همسانگرد

۲-۱۲- قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح

جهت ایجاد تغییر شکل‌های خمیری از همان ابتدای بارگذاری، در الگوی پیشنهادی فرض شده است که کرنش‌های خمیری بر اساس نسبت اندازه سطوح بارگذاری به پیرامونی تغییر می‌کند. به همین منظور، در اینجا از یک قانون برای تغییرات نسبت اندازه سطوح طبق رابطه زیر استفاده شده است [۴۰]:

$$d\gamma = U(\gamma) \parallel d\epsilon^p \parallel, \parallel d\epsilon^p \parallel = d\lambda \quad (28)$$

در این معادله، $U(\gamma)$ تابعی نزولی از γ است که باید شرایط زیر را برقرار کند [۴۰]:

$$\begin{aligned} U(\gamma) &= +\infty \text{ for } \gamma = 0 \\ U(\gamma) &> 0 \text{ for } 0 < \gamma < 1 \\ U(\gamma) &= 0 \text{ for } \gamma = 1 \\ U(\gamma) &< 0 \text{ for } \gamma > 1 \end{aligned} \quad (29)$$

این شرایط برای تضمین اینکه طی فرآیند بارگذاری، سطح بارگذاری به سطح پیرامونی نزدیک می‌شود حتی برای حالتی که خارج از سطح پیرامونی قرار گیرد ($\gamma > 1$)، ضروری است. طبق این شرایط، طی فرآیند بارگذاری، همواره باید زمانی که اندازه سطح بارگذاری بسیار کوچک است ($\gamma = 0$)، تابع $U(\gamma)$ مقدار بسیار بزرگی داشته باشد که در نتیجه آن اندازه تغییرات کرنش خمیری بسیار کوچک خواهد بود و رفتار ماده نزدیک به حالت کشسان می‌باشد. با ایجاد تغییر شکل‌های خمیری و منبسط شدن سطح بارگذاری ($0 < \gamma < 1$)، می‌بایست تابع $U(\gamma)$ مقداری بزرگتر از صفر داشته باشد که در این حالت سطح بارگذاری به سطح پیرامونی نزدیک شده و ماده در حالت کشسان-خمیری قرار دارد. همچنین زمانی که اندازه سطح بارگذاری برابر با اندازه سطح پیرامونی است ($\gamma = 1$)، باید تابع $U(\gamma)$ مقداری نزدیک به صفر داشته باشد که در این وضعیت اندازه تغییرات کرنش خمیری مقدار بزرگتری داشته و رفتار ماده در حالت کشسان-خمیری است. بعلاوه هنگامی که اندازه سطح بارگذاری بزرگتر از سطح پیرامونی باشد ($\gamma > 1$)، باید $U(\gamma)$ مقداری کمتر از صفر داشته و سطح بارگذاری را بر روی سطح پیرامونی منتقل کند. با اینکه حالت $\gamma > 1$ از نظر فیزیکی غیر

۴. شرط سازگاری:

بر اساس شرط سازگاری، همواره باید در شرایط کشسان-خمیری، حالت تنش بر روی سطح بارگذاری واقع شود [۴۰]. بنابراین حالت تنش فعلی باید معادله سطح بارگذاری را برقرار نماید:

$$\begin{aligned} F(\sigma_{n+1}) &= \left(\frac{q_{n+1}}{M_{cr} p'_{n+1}}\right)^N \\ &+ \ln\left(\frac{p'_{n+1}}{\gamma_{n+1} p'_{cj,n+1}}\right) / \ln(R) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

در نهایت با برقراری همزمان معادلات (۲۹)-(۳۲)، یک دستگاه معادلات غیرخطی تشکیل می‌شود. در اینجا برای حل این دستگاه معادلات، از روش تکرار نیوتون-رافسون استفاده شده است.

جدول ۱، الگوریتم الگو به روش ضمنی اوایلر

1 Calculate the trial stress:

$$\sigma^{Trial} = \sigma_n + D_{n+1}^e d\varepsilon_{n+1}$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma^{Trial}, \gamma_{n+1} = \gamma_n, p'_{cj,n+1} = p'_{cj,n}$$

2 Plastic correction:

$$R_{n+1} = \begin{cases} \sigma_{n+1} - \sigma^{Trial} + D_{n+1}^e d\varepsilon_{n+1}^p \\ \gamma_{n+1} - \gamma_n + \ln(\gamma_{n+1}) d\lambda \\ \frac{p'_{cj,n+1}}{p'_{cj,n}} - \exp\left(\frac{v_n}{\lambda - \kappa} (d\varepsilon_v^p)_{n+1}\right) \\ \left(\frac{q_{n+1}}{M_{cr} p'_{n+1}}\right)^N + \ln\left(\frac{p'_{n+1}}{\gamma_{n+1} p'_{cj,n+1}}\right) / \ln(R) \end{cases}$$

Solve the system of non-linear equations with Newton-Raphson method.

IF $\|R_{n+1}\| < Tol = 10^{-4}$ THEN

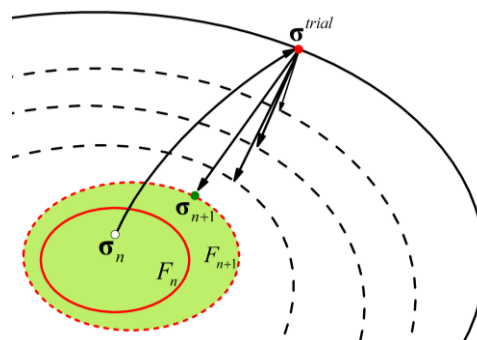
EXIT and GO TO 3 ELSE GO TO 2.

3 Update state variables.

در جدول ۱ نمونه کد پیاده‌سازی شده الگوی پیشنهادی با استفاده از روش ضمنی بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی آورده شده است.

۴- کالیبراسیون فراسنج‌های الگو

جهت شبیه‌سازی رفتار رس و ماسه تحت بارگذاری یکنواخت در شرایط زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده، الگوی پیشنهادی از ۱۰ فراسنج $e_0, p'_{in}, \mu, \kappa, M_{cr}, \lambda, e_r, N, R, d_0, \beta, u$ استفاده می‌کند. در این الگو، رفتار کشسان خاک بوسیله μ و κ تعریف می‌شود. نسبت پواسون μ بر مدول برشی تاثیر می‌گذارد و برای خاک دارای مقداری بین ۰.۲-۰.۴ است و می‌تواند توسط آزمایش سه محوری با در نظر گرفتن رفتار کشسان در صفحه $\varepsilon_a - \varepsilon_v$ تعیین شود. κ بیان‌کننده شیب خط باربرداری در صفحه



شکل ۵- الگوریتم نگاشت بازگشتی

لازم به ذکر است که الگوریتم نگاشت بازگشتی در اینجا، به این مفهوم است که در هر گام بارگذاری، حالت تنش کشسان بوسیله معادلات کشسان-خمیری، بر روی سطح بارگذاری فعلی بازگردانده می‌شود. نحوه محاسبات بر اساس این الگوریتم در شکل ۵، نمایش داده شده است.

۳-۲- فرآیند تصحیح خمیری

در طول این فرآیند، مقدار تنش کشسان محاسبه شده در فرآیند پیشین، قانون جریان، قانون سخت‌شوندگی همسانگرد و همچنین قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح به نحوی تصحیح خواهند شد که شرط سازگاری برقرار شود. بنابراین به منظور برقراری شرایط ذکر شده، معادلات زیر در فرآیند تصحیح خمیری بکار گرفته شد.

۱. معادله تعادل:

همواره باید حالت تنش، معادله تعادل را برقرار نماید:

$$d\sigma = D^e d\varepsilon^e \quad (28)$$

با انتگرال‌گیری ضمنی از معادله بالا از گام n به $n+1$ و همچنین جایگذاری روابط (۵) و (۲۷) در معادله حاصل شده، معادله تعادل مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{n+1} = \sigma^{Trial} - D_{n+1}^e d\varepsilon_{n+1}^p \quad (29)$$

۲. قانون تغییرات نسبت اندازه سطوح:

به منظور ایجاد کرنش‌های خمیری بر اساس نسبت اندازه سطوح، باید رابطه (۲۴) برقرار شود. بنابراین با انتگرال‌گیری عددی ضمنی از این معادله خواهیم داشت:

$$\gamma_{n+1} = \gamma_n - \ln(\gamma_{n+1}) d\lambda \quad (30)$$

۳. قانون سخت‌شوندگی همسانگرد:

با ایجاد تغییر شکل‌های خمیری، سطح پیرامونی مطابق قانون سخت‌شوندگی همسانگرد منبسط یا منقبض می‌شود. لذا با انتگرال‌گیری عددی ضمنی از معادله (۲۳)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$p'_{cj,n+1} = p'_{cj,n} \exp\left(\frac{v_n}{\lambda - \kappa} (d\varepsilon_v^p)_{n+1}\right) \quad (31)$$

این فراسنج را می‌توان بوسیله منحنی تنش-کرنش تعیین کرد. برای مقادیر کوچک از فراسنج u می‌توان گفت رفتار ماده نرم‌تر خواهد بود و هر چه مقدار این فراسنج افزایش یابد، الگو به حالت کلاسیک خود نزدیک شده و رفتار ماده از حالت کشسان به خمیری، به صورت ناگهانی تغییر خواهد کرد.

۵- صحت‌سنجی الگو

کارایی الگوی پیشنهادی در پژوهش حاضر، توسط آزمایش‌های سه محوری زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده برای رس در نسبت بیش تحکیمی مختلف و برای ماسه با تراکم‌های مختلف ارزیابی شد. در ابتدا فراسنج‌های الگوی بوسیله نتایج حاصل از یک آزمایش برای یک نمونه خاک، کالیبره شده و سپس بوسیله دیگر آزمایش‌ها بر روی همان نمونه خاک مورد ارزیابی قرار گرفت.

در جدول ۲، فراسنج‌های استفاده شده برای نمونه خاک‌های رس و ماسه مورد مطالعه در این پژوهش آورده شده است.

جدول ۲- فراسنج‌های الگو

فراسنج‌ها	ماسه متراکم Secramanto river	رس Boston blue	رس Weald
φ	۳۶٫۲	۳۳٫۵	۱۸
M_c	۱٫۴۷	۱٫۳۵	۰٫۹
λ	۰٫۰۷۶	۰٫۱۸۴	۰٫۰۹۳
e_r	۰٫۸۴	۱٫۰۶	۱٫۰۶
κ	۰٫۰۰۷۵	۰٫۰۳۶	۰٫۰۲۵
μ	۰٫۲	۰٫۲	۰٫۳
N	۲٫۵	۱٫۷	۴
R	۱۰	۲٫۷۱۸	۲٫۷۱۸
d_0	۰٫۹	۰٫۸	۰٫۷
β	۳٫۸	۴	۲
u	۴۰	۳۰	۲۰
e_0	۰٫۶۱	-	-

۵-۱- آزمایش زهکشی‌نشده بر روی رس Boston blue

کاربرد الگوی پیشنهادی برای رفتار زهکشی‌نشده رس با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده توسط پستانا و همکاران [۵۷]، بررسی شده است. شکل ۶، نتایج شبیه‌سازی‌های الگو در مقایسه با پاسخ‌های آزمایش سه محوری زهکشی‌نشده اندازه‌گیری شده را برای رس Boston blue در نسبت‌های بیش تحکیمی مختلف در صفحه $q/p'_c - p'/p'_c$ نشان می‌دهد. p'_c نشان‌دهنده فشار بیش تحکیمی خاک است. همچنین در اینجا نتایج حاصل از الگوی حاضر با نتایج

$e - \ln(p')$ است. این فراسنج برای ماسه دارای مقداری بین ۰٫۰۱-۰٫۰۱ و برای رس در محدوده ۰٫۰۶-۰٫۱۱ است و مقدار آن می‌تواند توسط آزمایش‌های تحکیم همسانگرد تعیین شود. در الگوی پیشنهادی M_{cr}, λ, e_r فراسنج‌های حالت بحرانی هستند. λ, e_r موقعیت خط حالت بحرانی را در صفحه $e - \ln(p')$ تعیین می‌کنند. λ معرف شیب خط حالت بحرانی (خط بارگذاری) و e_r مشخص کننده نسبت تخلخل حالت بحرانی در فشار محصور کننده واحد می‌باشد و می‌توانند با استفاده از آزمایش‌های تحکیم همسانگرد به دست آیند. بعلاوه M_{cr} بیان‌کننده شیب خط حالت بحرانی در صفحه $q - p'$ است و دارای مقادیر مختلفی برای حالت‌های بارگذاری فشاری و کششی است که به صورت غیر مستقیم بر اساس زاویه اصطکاک داخلی در حالت تسلیم خاک تعیین می‌شود. همچنین می‌توان این فراسنج را به طور مستقیم با استفاده از آزمایش‌های سه محوری بوسیله نسبت تنش‌های موثر حالت بحرانی در مسیرهای بارگذاری مختلف تعیین کرد. در الگوی حاضر همانند الگوی ارائه شده یو، دو فراسنج N و R در معادله تابع تسلیم استفاده شده است. که در آن N کنترل کننده شکل سطح تسلیم و R تعیین کننده نسبت بین p'_c و p' در نقطه برخورد خط حالت بحرانی با سطح بارگذاری می‌باشد. این فراسنج‌ها در الگوهای کم-کلی و اصلاح شده کم-کلی ثابت فرض شده‌اند. برای مقادیر $N = 1$ و $R = 2.718$ سطح تسلیم الگوی کم-کلی و به ازای مقادیر $N = 1.7$ و $R = 2$ به طور تقریبی سطح تسلیم الگوی اصلاح شده کم-کلی حاصل می‌شود. بر اساس نتایج آزمایشگاهی مقدار R برای رس در محدوده ۱٫۵-۳ و برای ماسه دارای مقادیر بزرگتری است. همچنین فراسنج N دارای مقداری بین ۵-۱ است. مقادیر N و R می‌توانند بوسیله مسیرهای تنش موثر حاصل از آزمایش‌های سه محوری زهکشی‌نشده بر روی خاک در حالت سست آنها، کالیبره شوند. در الگوی حاضر، d_0 شکل سطح پتانسیل خمیری را کنترل می‌کند. جهت تعیین این فراسنج، با فرض اینکه کرنش‌های کشسان بسیار کوچک هستند، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{d\varepsilon_V}{d\varepsilon_q} \sim \frac{d\varepsilon_V^p}{d\varepsilon_q^p} = d_0 \left(e^{\beta\psi} - \frac{\eta}{M_{cr}} \right) \quad (33)$$

بنابراین می‌توان d_0 را با استفاده از منحنی‌های $\varepsilon_V - \varepsilon_q$ تعیین کرد. فراسنج β را می‌توان در حالت انتقال فاز (حالتی که در

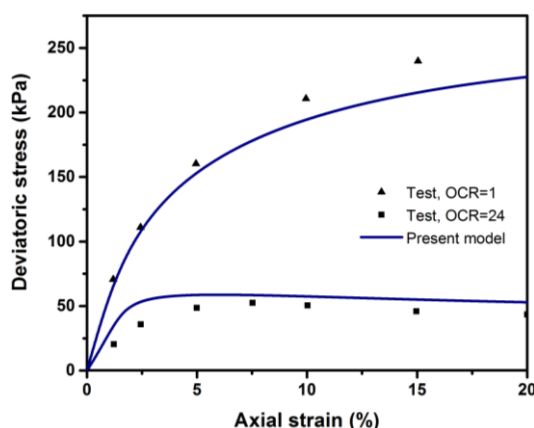
$$\text{آن } (d = 0) \text{ با استفاده از رابطه } \beta = \frac{1}{\psi} \ln \left(\frac{\eta}{M_{cr}} \right)$$

به دست آورد. در این رابطه ψ و η به ترتیب مقادیر پارامتر حالت و نسبت تنش در حالت انتقال فاز هستند. u فراسنج جدیدی است که در الگوی حاضر بر اساس نظریه سطح پیرامونی تعریف شده است. این فراسنج رفتار نرم از حالت کشسان به خمیری را کنترل می‌کند.

بعلاوه در شکل ۷، مقایسه نتایج حاصل از مدل سازی با داده های آزمایشگاهی در صفحه $q/p'_c - \varepsilon_a$ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، نمونه رس عادی تحکیم یافته پس از رسیدن به یک تنش حداکثر، رفتار نرم شونده گی نشان می دهد که این رفتار به طور قابل قبولی توسط الگوی حاضر پیش بینی شده است. همچنین، برای نمونه های بیش تحکیم یافته، نتایج حاصل از شبیه سازی، توانایی الگوی پیشنهادی در پیش بینی رفتار سخت شونده گی را نیز تأیید می کند. بعلاوه همانطور که نشان داده شده، نتایج الگوی ارائه شده در مقایسه با نتایج حاصل از الگوی *CASM* و کم-کلی، دارای دقت مناسب تری است.

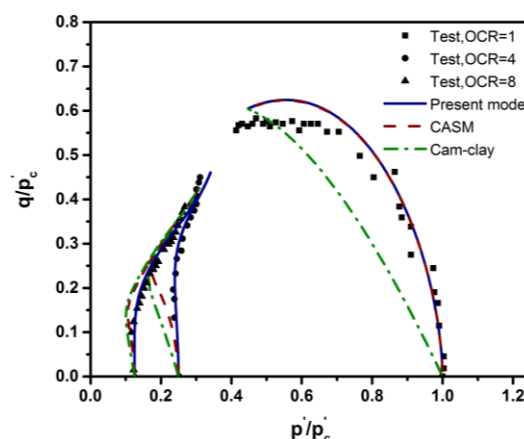
۵-۲- آزمایش زهکشی شده بر روی رس *Weald*

به منظور ارزیابی کارایی الگو برای مدل سازی زهکشی شده رس، از داده های آزمایشگاهی گزارش شده بر روی رس *Weald* توسط بیشاپ و هنکل در دانشگاه ایمپریال [۵۸] استفاده شد. نتایج شبیه سازی عددی در مقایسه با پاسخ اندازه گیری شده بر روی رس *Weald* برای نسبت های بیش تحکیمی ۱ و ۲۴ تحت بارگذاری یکنواخت زهکشی شده در شکل های ۸ و ۹ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده است، این الگو رفتار سخت شونده گی رس عادی تحکیم یافته را با دقت قابل قبولی پیش بینی کرده است. همچنین سخت شونده گی و پس از آن نرم شونده گی کرنشی مشاهده شده از داده های آزمایشگاهی بویسله الگوی پیشنهادی برای رس بیش تحکیم یافته به خوبی شبیه سازی شده است.

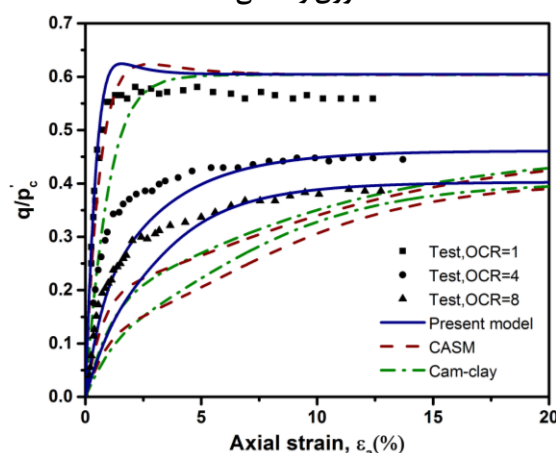


شکل ۸- مقایسه منحنی تنش تفاضلی-کرنش محوری شبیه سازی الگوی حاضر با داده های آزمایشگاهی بر روی رس *Weald* تحت آزمایش سه محوری زهکشی شده

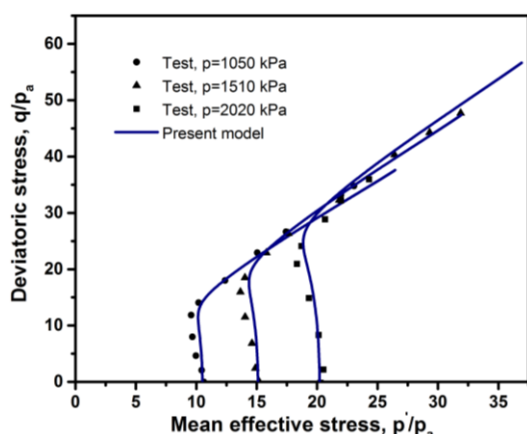
الگوی *CASM* و کم-کلی مقایسه شده است. مسیر تنش موثر برای نمونه های رس نشان می دهد که الگوی حاضر به خوبی رفتار انتقال از حالت انقباض با اتساع، با افزایش نسبت بیش تحکیمی را پیش بینی می کند. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، برای رس بیش تحکیم یافته ابتدا خاک تا یک نسبت بیش تحکیمی مشخص قبل از حالت بحرانی منقبض شده و سپس اتساع می یابد و پس از آن مسیر تنش به خط حالت بحرانی می رسد. این نوع رفتار به خوبی و با دقت بالا توسط الگوی پیشنهادی پیش بینی شده است. در حالیکه الگوهای *CASM* و کم-کلی قادر به مدل سازی رفتار انتقال فاز پیش از رسیدن به حالت بحرانی نمی باشند و همچنین در مقایسه با نتایج الگی حاضر مطابقت کمتری با داده های آزمایشگاهی نشان می دهند. این قابلیت قانون اتساع بکار گرفته شده در الگوی حاضر را نشان می دهد.



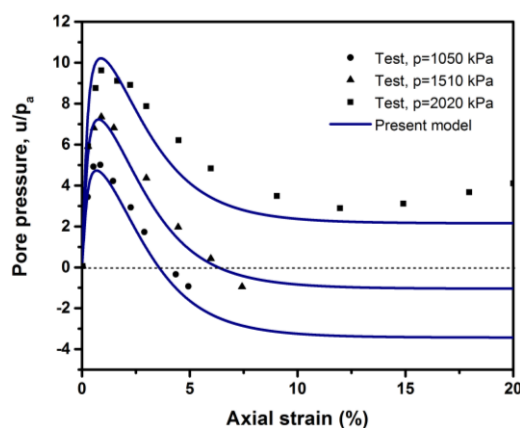
شکل ۶- مقایسه منحنی تنش موثر شبیه سازی الگوی حاضر با داده های آزمایشگاهی بر روی رس Boston blue تحت آزمایش سه محوری زهکشی نشده



شکل ۷- مقایسه منحنی تنش تفاضلی-کرنش محوری شبیه سازی الگوی حاضر با داده های آزمایشگاهی بر روی رس Boston blue تحت آزمایش سه محوری زهکشی نشده

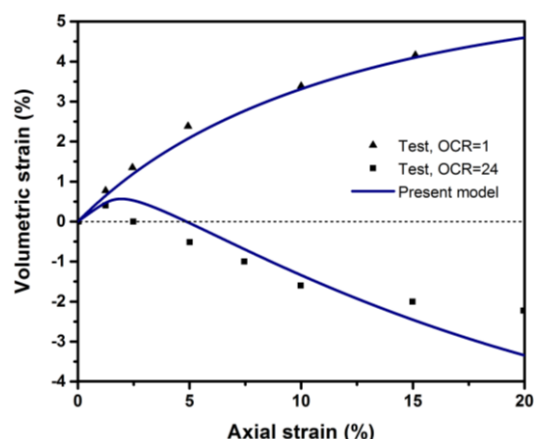


شکل ۱۰- مقایسه منحنی تنش موثر شبیه‌سازی الگوی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی بر روی ماسه متراکم Secramento river تحت آزمایش سه محوری زهکشی‌نشده



شکل ۱۱- مقایسه منحنی فشار آب منفذی- کرنش محوری شبیه‌سازی الگوی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی بر روی ماسه متراکم Secramento river تحت آزمایش سه محوری زهکشی‌نشده

به طور مشابه در شکل ۱۱، پیش‌بینی فشار آب منفذی حاصل از الگوی پیشنهادی مطابقت خوبی با داده‌های آزمایشگاهی تحت شرایط زهکشی‌نشده داشته است. بعلاوه همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقدار فشار آب منفذی قبل از رسیدن به حالت بحرانی افزایش داشته و سپس با رسیدن به حالت بحرانی به طور ناگهانی کاهش می‌یابد. همانطور که نتایج شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد، پاسخ‌های به دست آمده برای کرنش‌های بزرگ و کوچک، دارای دقت و همگرایی مناسبی است که این امر کارایی روش ضمنی نشان می‌دهد.



شکل ۹- مقایسه منحنی کرنش حجمی- کرنش محوری شبیه‌سازی الگوی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی بر روی رس Weald تحت آزمایش سه محوری زهکشی‌شده

مطابق شکل ۹، الگوی پیشنهادی توانسته با دقت خوبی رفتار انقباض طی آزمایش زهکشی‌شده برای رس عادی تحکیم یافته را پیش‌بینی نماید. بعلاوه برای رس بیش تحکیم یافته، رفتار انقباض و اتساع طی آزمایش زهکشی‌شده توسط الگوی حاضر به خوبی پیش‌بینی شده است و مطابقت قابل قبولی بین پاسخ آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی مشاهده می‌شود.

۳-۵- آزمایش زهکشی‌نشده بر روی ماسه متراکم Secramento river

در این قسمت، کارایی الگوی حاضر برای بارگذاری زهکشی‌نشده بر روی ماسه در فشارهای محصور کننده مختلف تحت بارگذاری یکنواخت ارزیابی شده است. در شکل‌های ۱۰ و ۱۱، شبیه‌سازی‌های عددی الگوی پیشنهادی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی گزارش شده بر روی ماسه سست Secramento river توسط سید و لی [۵۹]، نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۱۰، نشان داده شده، ماسه متراکم تحت آزمایش زهکشی‌نشده قبل از رسیدن به حالت بحرانی اتساع می‌یابد و پس از آن به خط حالت بحرانی رسیده و تغییر شکل‌های برشی ادامه می‌یابد. طبق نتایج به دست آمده مشخص است که الگوی پیشنهادی به خوبی قابلیت مدل‌سازی رفتار انتقال فاز قبل از رسیدن به حالت بحرانی را دارد و همچنین کارایی قانون اتساع استفاده شده در الگو را تایید می‌کند.

می‌کند.

همچنین، با توجه به منحنی کرنش حجمی-کرنش محوری به دست آمده از این آزمایش در شکل ۱۳، مشاهده می‌شود که ماسه منقبض شده و سپس اتساع می‌یابد و نمونه منبسط شده و پس از آن به حالت بحرانی نزدیک می‌شود. مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که روند رفتار انقباض حجمی و همچنین انبساط حجمی مشاهده شده برای ماسه متراکم تحت بارگذاری زهکشی‌شده، می‌تواند بوسیله الگوی حاضر به درستی پیش‌بینی شود.

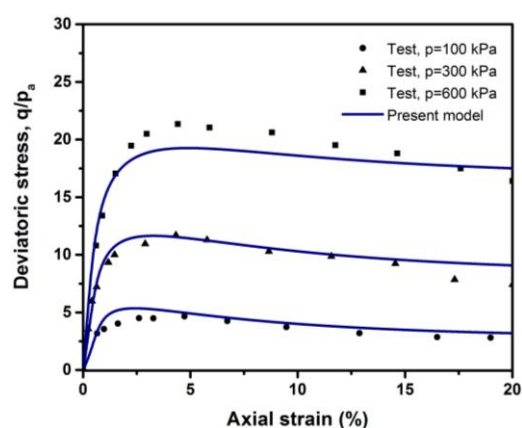
۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک الگوی کشسان-خمیری برای شبیه‌سازی رفتار رس و ماسه تحت بارگذاری یکنواخت زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده بر اساس مفهوم سطح پیرامونی ارائه شد. در این الگو از مفاهیم حالت بحرانی و پارامتر حالت جهت پیش‌بینی رفتار یکپارچه رس و ماسه استفاده شد. بعلاوه در این الگو به منظور مدل‌سازی ویژگی‌های رفتاری رس بیش تحکیم یافته و ماسه متراکم از جمله رفتار انتقال فاز، یک قانون اتساع عمومی در فرمول‌بندی الگو استفاده شد. همچنین به منظور پیش‌بین رفتار نرم با استفاده از مفهوم سطح پیرامونی در الگوی مورد نظر، از یک فرمول‌بندی جدید بر اساس قانون نگاشت شعاعی استفاده شد. بعلاوه الگوی پیشنهادی با استفاده از روش ضمنی اولیه بر اساس یک قانون نگاشت بازگشتی، پیاده‌سازی شد. به منظور ارزیابی کارایی الگو، رفتار رس و ماسه تحت آزمایش‌های سه محوری زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده یکنواخت مدل‌سازی شد و با داده‌های گزارش شده آزمایشگاهی مقایسه گردید. نتایج حاصل از مدل‌سازی الگوی پیشنهادی در مقایسه داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که این الگو به طور قابل قبولی می‌تواند جهت مدل‌سازی رفتار رس و ماسه تحت بارگذاری یکنواخت در شرایط زهکشی‌شده و زهکشی‌نشده به کار گرفته شود. همچنین نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که الگوی ارائه شده ویژگی‌های رفتاری رس و ماسه تحت بارگذاری یکنواخت از جمله رفتار نرم از حالت کشسان به خمیری، نرم‌شوندگی، سخت‌شوندگی، روانگرایی، اتساع و همچنین رفتار انتقال فاز را به خوبی پیش‌بینی می‌کند بعلاوه پاسخ‌های حاصل از مدل‌سازی نشان می‌دهد که روش ضمنی بر اساس الگوریتم نگاشت بازگشتی می‌تواند دقت و همگرایی پاسخ‌ها را برای کرنش‌های بزرگ و کوچک به طور مطلوبی تضمین کند.

۴-۵- آزمایش زهکشی‌شده بر روی ماسه متراکم

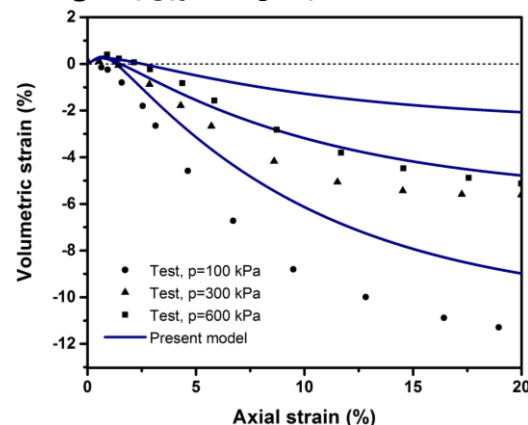
Secramanto river

جهت بررسی کارایی الگو برای مدل‌سازی رفتار زهکشی‌شده ماسه متراکم از داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده توسط لی و سید [۶۰] استفاده شد. نتایج برای یک نمونه ماسه متراکم تحت فشارهای محصور کننده مختلف در شرایط بارگذاری یکنواخت زهکشی‌شده در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۲- مقایسه منحنی تنش تفاضلی-کرنش محوری شبیه‌سازی

الگوی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی ماسه متراکم Secramanto river تحت آزمایش سه محوری زهکشی‌شده



شکل ۱۳- مقایسه منحنی کرنش حجمی-کرنش محوری شبیه‌سازی

الگوی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی بر روی ماسه متراکم Secramanto river تحت آزمایش سه محوری زهکشی‌شده

نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که الگوی ارائه شده ویژگی‌های رفتاری ماسه متراکم را در شرایط زهکشی‌شده را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. مطابق منحنی تنش تفاضلی-کرنش محوری نشان داده شده در شکل ۱۲، این الگو رفتار سخت‌شوندگی، اتساع و نرم‌شوندگی کرنشی اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی

۷- منابع ها

- model for overconsolidated clays with new state parameter formulation of hardening rule,” *Comput. Geotech.*, vol. 83, pp. 16–29, Mar. 2017.
- [17] J. Li, S. Chen, and L. Jiang, “On implicit integration of the bounding surface model based on swell – shrink rules,” vol. 40, pp. 8671–8684, 2016.
- [18] N. Khalili, M. A. Habte, and S. Valliappan, “A bounding surface plasticity model for cyclic loading of granular soils,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 63, no. 14, pp. 1939–1960, Aug. 2005.
- [19] B. Schädlich and H. F. Schweiger, “Modelling the shear strength of overconsolidated clays with a Hvorslev surface,” vol. 37, pp. 47–56, 2014.
- [20] A. Tsiamposi, L. Zdravković, and D. M. Potts, “A new Hvorslev surface for critical state type unsaturated and saturated constitutive models,” *Comput. Geotech.*, vol. 48, pp. 156–166, Mar. 2013.
- [21] T. Uh, “UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays,” no. 5, pp. 451–469, 2009.
- [22] J. P. Bardet, “Bounding Surface Plasticity Model for Sands,” *J. Eng. Mech.*, vol. 112, no. 11, pp. 1198–1217, Nov. 1986.
- [23] H. I. Ling, M. Asce, and S. Yang, “Unified Sand Model Based on the Critical State and Generalized Plasticity,” vol. 132, no. 12, pp. 1380–1391, 2007.
- [24] M. T. Manzari and Y. F. Dafalias, “A critical state two-surface plasticity model for sands,” *Géotechnique*, vol. 47, no. 2, pp. 255–272, Apr. 1997.
- [25] H. S. Yu, “CASM: a unified state parameter model for clay and sand,” *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 22, no. 8, pp. 621–653, Aug. 1998.
- [26] C. D. Yu, H. S., Khong, “Bounding surface formulation of a unified critical state model for caly and sand,” *Proc. 3rd Int. Conf. Deform. Charact. Geomaterials*, Lyon., pp. 1111–1118, 2003.
- [27] R. Fincato and S. Tsutsumi, “Closest-point projection method for the extended subloading surface model,” *Acta Mech.*, vol. 228, no. 12, pp. 4213–4233, 2017.
- [28] C. Hu and H. Liu, “Implicit and explicit integration schemes in the anisotropic bounding surface plasticity model for cyclic behaviours of saturated clay,” *Comput. Geotech.*, vol. 55, pp. 27–41, Jan. 2014.
- [29] M. R. Rouainia and D. M. Wood, “Implicit numerical integration for a kinematic hardening soil plasticity model,” vol. 1325, no. v, pp. 1305–1325, 2001.
- [30] M. T. Manzari and M. A. Nour, “On implicit integration of bounding surface plasticity models,” *Comput. Struct.*, vol. 63, no. 3, pp. 385–395, May 1997.
- [31] S. I. Moghadam, E. Taheri, and M. Ahamdi, [1] T. H. Xu and L. M. Zhang, “Numerical implementation of a bounding surface plasticity model for sand under high strain-rate loadings in LS-DYNA,” *Comput. Geotech.*, vol. 66, pp. 203–218, May 2015.
- [2] J. Chen, “A monotonic bounding surface critical state model for clays,” *Acta Geotech.*, vol. 12, no. 1, pp. 225–230, Feb. 2017.
- [3] M. Pastor, O. C. Zienkiewicz, and A. H. C. Chan, “Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour,” *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 14, no. 3, pp. 151–190, Apr. 1990.
- [4] H. Liu, D. Zou, and J. Liu, “Constitutive modeling of dense gravelly soils subjected to cyclic loading,” *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 38, no. 14, pp. 1503–1518, Oct. 2014.
- [5] K. H. Roscoe, “Mechanical behaviour of an idealized ‘wet’ clay,” *Proc. 3rd Eur. Conf. Soil Mech. Wiesbaden*, 1963, vol. 1, pp. 47–54, 1963.
- [6] K. H. Roscoe, A. N. Schofield, and A. Thurairajah, “Yielding of clays in states wetter than critical,” *Geotechnique*, vol. 13, no. 3, pp. 211–240, 1963.
- [7] M. J. Pender, “A model for the behaviour of overconsolidated soil,” *Géotechnique*, vol. 28, no. 1, pp. 1–25, 1978.
- [8] Y. N. Chen and Z. X. Yang, “A family of improved yield surfaces and their application in modeling of isotropically over-consolidated clays,” *Comput. Geotech.*, vol. 90, pp. 133–143, Oct. 2017.
- [9] K. H. Roscoe and J. Burland, “On the generalized stress-strain behaviour of wet clay,” 1968.
- [10] D. J. Naylor, “A continuous plasticity version of the critical state model,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 21, no. 7, pp. 1187–1204, Jul. 1985.
- [11] M. Pastor, O. C. Zienkiewicz, and K. H. Leung, “Simple model for transient soil loading in earthquake analysis,” *Int. J. Numer. Anal. Method Geomech.*, vol. 9, no. July 1984, pp. 477–498, 1985.
- [12] K. Been and M. G. Jefferies, “A state parameter for sands,” *Géotechnique*, vol. 35, no. 2, pp. 99–112, 1985.
- [13] R. Nova and D. M. Wood, “A constitutive model for sand in triaxial compression,” *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 3, no. 3, pp. 255–278, Jul. 1979.
- [14] M. G. Jefferies, “Nor-Sand: a simle critical state model for sand,” *Géotechnique*, vol. 43, no. 1, pp. 91–103, Mar. 1993.
- [15] C. P. Wroth and R. H. Bassett, “A Stress–Strain Relationship for the Shearing Behaviour of a Sand,” *Geotechnique*, vol. 15, no. 1, pp. 32–56, May 2015.
- [16] S. Jocković and M. Vukićević, “Bounding surface

- [46] H. Ghasemzadeh and S. A. Ghoreishian Amiri, "A hydro-mechanical elastoplastic model for unsaturated soils under isotropic loading conditions," *Comput. Geotech.*, vol. 51, pp. 91–100, Jun. 2013.
- [47] H. Ghasemzadeh, M. H. Sojoudi, S. A. Ghoreishian Amiri, and M. H. Karami, "Elastoplastic model for hydro-mechanical behavior of unsaturated soils," *Soils Found.*, vol. 57, no. 3, pp. 371–383, Jun. 2017.
- [48] Y. F. Dafalias, "The concept and application of the bounding surface in plasticity theory," no. 1, 1981.
- [49] C. Hu and H. Liu, "A new bounding-surface plasticity model for cyclic behaviors of saturated clay," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 22, no. 1–3, pp. 101–119, 2015.
- [50] L. . Dafalias, Y.F. and Herrmann, "Bounding surface formulation of plasticity," *Soil Mech. - Transient Cycl. Loa*, pp. 253–282, 1982.
- [51] Y. F. Dafalias and E. P. Popov, "A model of nonlinearly hardening materials for complex loading," *Acta Mech.*, vol. 21, no. 3, pp. 173–192, 1975.
- [52] Z. Gao, J. Zhao, and Z. Yin, "Dilatancy Relation for Overconsolidated Clay," vol. c, no. 1980, pp. 1–7, 2002.
- [53] D. W. Taylor, *Fundamentals of soil mechanics*. 1948.
- [54] P. W. Rowe, "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact," in *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1962, vol. 269, no. 1339, pp. 500–527.
- [55] X. S. Li, "A sand model with state-dependent dilatancy," no. 3, 2002.
- [56] X. Li, Y. F. Dafalias, and Z. Wang, "State-dependent dilatancy in critical-state constitutive modelling of sand," *Can. Geotech. J.*, no. 1993, pp. 599–611, 1999.
- [57] J. M. Pestana, A. J. Whittle, and A. Gens, "Evaluation of a constitutive model for clays and sands: Part II - clay behaviour," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 26, no. 11, pp. 1123–1146, Sep. 2002.
- [58] A. W. Bishop and D. J. Henkel, "The measurement of soil properties in the triaxial test," *Edward Arnold Publ. Ltd, London*, 1957.
- [59] K. L. Seed, H. B. and Lee, "Undrained Strength Characteristics of Cohesionless Soils," *J. Soil Mech. Found. Div.*, vol. 93, pp. 333–360, 1967.
- [60] H. B. Lee, K. L., & Seed, "Drained strength characteristics of sands," *J. Soil Mech. Found. Div.*, 1967.
- "Unified modelling of clay and sand with Euler implicit method," 7th Iran. Min. Eng. Conf. 5th Mine Min. Ind. Congr. Tehran., 2018.
- [32] S. I. Moghadam, E. Taheri, M. Ahamdi, and S. A. Ghoreishian Amiri, "Prediction of flow liquefaction in sandy soil using unified model with implicit scheme," *Int. Conf. Civ. Eng. Archit. Urban Manag. Tehran.*, 2018.
- [33] S. I. Moghadam, E. Taheri, M. Ahamdi, and S. A. Ghoreishian Amiri, "Application of unified clay and sand cyclic model in the simulation of tunneling," *J. Geotech. Asp.*, vol. 1(1): 32-4, 2019.
- [34] E. Taheri and S. A. Sadrnejad, "Prediction of internal mechanism of soil upon multiplane framework," vol. 029, pp. 1–9, 2010.
- [35] S. I. Moghadam, E. Taheri, M. Ahamdi, and S. A. Ghoreishian Amiri, "Novel implicit integration scheme on bounding surface plasticity in the unified model," 14th Int. Conf. Undergr. Constr. Prague, Czech, 2019.
- [36] X. S. Li and Y. F. Dafalias, "Dilatancy for cohesionless soils," *Géotechnique*, vol. 50, no. 4, pp. 449–460, Aug. 2000.
- [37] H. S. Yu, *Plasticity and geotechnics*. Springer, 2006.
- [38] A. Schofield and P. Wroth, *Critical state soil mechanics*. 1968.
- [39] H. S. Yu, C. Khong, and J. Wang, "A unified plasticity model for cyclic behaviour of clay and sand," *Mech. Res. Commun.*, vol. 34, no. 2, pp. 97–114, Mar. 2007.
- [40] K. Hashiguchi, *Foundations of elastoplasticity: Subloading surface model*. 2017.
- [41] Y. F. Dafalias and E. P. Popov, "A model of nonlinearly hardening materials for complex loading," *Acta Mech.* 1975 213, vol. 21, no. 3, pp. 173–192, Oct. 1975.
- [42] K. Hashiguchi and Z. P. Chen, "Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and the rotational hardening," *Int. J. Numer. Anal. Method Geomech.*
- [43] K. Hashiguchi, "Subloading surface model in unconventional plasticity," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 25, no. 8, pp. 917–945, Jan. 1989.
- [44] R. P. Chen, S. Zhu, P. Y. Hong, W. Cheng, and Y. J. Cui, "A two-surface plasticity model for cyclic behavior of saturated clay," *Acta Geotech.*, vol. 14, no. 2, pp. 279–293, Apr. 2019.
- [45] T. Li and H. Meissner, "Two-surface plasticity model for cyclic undrained behavior of clays," *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, vol. 128, no. 7, pp. 613–626, Jul. 2002.